ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XII Сем. № 135. № 3.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Въ виду наступающихъ окончательныхъ испытаній въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, редакція покорнѣйше проситъ своихъ сотрудниковъ и читателей доставить ей, послѣ окончанія экзаменовъ, задачи, служившія темами для письменныхъ работъ по математикѣ въ гимназіяхъ и реальныхъ училищахъ всѣхъ учебныхъ Округовъ, для своевременнаго помѣщенія таковыхъ въ №№ предстоящаго XIII-го семестра нашего журнала.

Приглашаемъ также лицъ, интересующихся вопросомъ о цѣлесообразности переводныхъ и окончательныхъ экзаменовъ по математикѣ, опредѣленно высказаться по сему предмету, въ дополненіе къ помѣщаемой въ настоящемъ № замѣткѣ: „Нужны ли экзамены по математикѣ и физикѣ?“

ИСТОРИЧЕСКАЯ ЗАМѢТКА
О НѢКОТОРЫХЪ ФОРМУЛАХЪ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ТРИГОНОМЕТРІИ.

Было бы чрезвычайно трудно найти, въ огромномъ числѣ сочиненій, посвященныхъ элементарной математикѣ, или ея приложеніямъ, первоначальное появленіе какой нибудь формулы или теоремы; поэтому довольно неблагоразумно приписывать ее, съ полной увѣренностью, тому или другому автору. Отдѣльные научные факты даютъ намъ, однако, нѣкоторыя свѣдѣнія о состоя-

*

ніи математическихъ знаній въ тѣ эпохи, когда они были извѣстны, и съ этой точки зрѣнія не безъинтересно опредѣлить ихъ происхожденіе, такъ сказать, съ возможно большей степенью давности. Я приведу историческія свѣдѣнія о нѣкоторыхъ формулахъ тригонометріи, слѣдуя, главнымъ образомъ, Рудольфу Вольфу *).

Исторію тригонометріи можно раздѣлить на три періода: **) первый—когда тригонометрическими линіями служили хорды двойныхъ дугъ (удвоенные синусы); основаніемъ для ихъ исчисленія была знаменитая *Птоломеева теорема* о вписанномъ въ кругъ четыреугольникѣ ***). Во второмъ періодѣ, подъ вліяніемъ восточной науки—индусовъ ****) и арабовъ *****), вошли въ употребленіе половины этихъ дугъ, синусы, а затѣмъ и производныя отъ нихъ величины, косинусы, тангенсы, секансы. Въ эти два первые періода тригонометрія развивалась главнымъ образомъ въ приложеніи къ геодезіи, астрономіи и гномсникѣ. Для рѣшенія наиболѣе важныхъ ея вопросовъ—вычисленія таблицъ тригонометрическихъ линій и пользованія ими — служили чисто геометрическіе методы. Въ третій періодъ, со времени Эйлера, тригонометрія опирается на аналитическую гоніометрію ******) и для рѣшенія своихъ вопросовъ пользуется всѣми средствами общаго анализа. Третій періодъ былъ подготовленъ великой эпохой Лейбница и Ньютона: въ это время съ одной стороны выработано было понятіе о тригонометрическихъ функціяхъ *******), съ другой были сдѣланы первыя попытки систематическаго приложенія ал-

---

*) *R. Wolf.* Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur. Erster Halbband. Zürich 1890.

**) Объ исторіи тригоном. см. указ. соч. Вольфа: Art 61—66, pp. 163—181. *Pfleiderer und Bohnenberger.* Ebene Trigonometrie mit Anwendungen und Beiträgen zur Geschichte derselben. Tübingen 1802.

***) См. *Almageste ou composition mathématique de Ptolémée* trad. en Franç. avec le texte grec. et comment. par *Halma* et *Delambre.* Vol. I, Paris 1813 p. 29. *L. Carnot* вывелъ изъ этой теоремы всѣ формулы гоніометріи: см. *L. M. N. Carnot.* Géométrie de position. Paris An XI—1803. Probl. VII, pp. 151 et suiv.

****) *M. Cantor.* Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Bd. I. Leipzig 1880, pp. 559—562.

*****) *Ibid.* pp. 632, 633, 641, 642; о происхожденіи слова «sinus» см. *ib.* p. 632; *Woepcke.* Mémoire sur le propagation des chiffres indiens. *Journal Asiatique* Mai—Juin 1863, p. 478 (прим. къ стр. 475); ср. *ibid.* p. 474 и прим.

******) См. *L. Euleri.* Introductio in analysin infinitorum. Lausanae 1748. Lib. I, Cap. VIII.

*******) См. въ особ. *Leibniz.* Constructio propria problematis de Curva Isochrona paracentrica, ubi et generaliora quaedam etc. Acta Erud. Lips. an. 1694. *Leibn.* Opera ed. *Dutens.* t. III. № XLVIII, p. 305, *Leibn.* Math Schriften herausg. v. *C. I. Gerhardt.* Zweite Abth. Bd. I, An. Inf. XVI. p. 311; *Jac. Bernoulli.* Demonstratio synthetica Problematis de Infinitis Cycloidibus etc. Acta Erud. L. 1698. Mai, pp. 223, 399). *Jac. Bern.* Opera. Genevae 1744. t. II. № LXXVIII, pp. 788, 791 *R. Cotes.* Harmonia Mensurarum etc. ed. et auxit *Rob. Smith* etc. Cantabrigiae 1722. Pars 2 a Probl. I и II на стр. 78—80.; *A. De Moivre.* Miscellanea Analytica de Seriebus et Quadraturis. Londini 1730, p. 21 (ad Coroll. IV). Ср. *Euler.* Introductio, Lib. II, Cap. XXI, Art. 520.

гебры къ выраженію и преобразованію тригонометрическихъ формулъ. Эта послѣдняя заслуга принадлежитъ одному изъ первыхъ петербургскихъ академиковъ Фридриху Христіану Майеру *); на его работахъ основана и тригонометрія Симпсона **), о которой мнѣ придется говорить.

Простѣйшая формула прямолинейной тригонометріи, такъ называемая пропорція синусовъ была безъ сомнѣнія извѣстна еще Гиппарху и Птолемею ***).

Выраженіе $f = \frac{1}{2} b.c.\mathrm{Sin}A$, для площади треугольника находится у *Регіомонтана* ****) (*Joh. Regiomontanus*, собств. Johann Müller изъ Кенигсберга, de monte regio, 1436—1476); отсюда, помощью формулы $f = \sqrt{\{s(s-a)(s-b)(s-c)\}}$ [гдѣ $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$], извѣстной еще въ древности *****), выводится непосредственно выраженіе для SinA въ функціи трехъ сторонъ.

Формулы:

$$\mathrm{Sin}\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\{(s-b)(s-c) : b.c\}} \text{ и } \mathrm{Cos}\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\{s(s-a) : b,c\}},$$

Schooten въ XVII столѣтіи приписывалъ нѣкоему *Вильгельму Перcеру* ******). Формулу: $\mathrm{Tang}\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\{(s-b)(s-c) : s(s-a)\}}$ далъ еще *Rheticus* (Georg Joachim, 1514—1576) *******).

---

*) Commentarii Acad. Scient. Imper. Petropolitanae Tom II ad Ann. 1727, Petr. 1729, pp. 12—30: Trigonometrica *F. C. Maieri*, ср. *Montucla*. Histoire des Mathematiques, t. III, p. 277; Майеръ не пользовался еще сокращенными обозначеніями тригон. функцій, какъ знаками *операцій* надъ данными аргументами, а употреблялъ лишь характерныя буквы для обозначенія тригонометрическихъ величинъ, *e. g.*: «*Si anguli acuti maioris sinus sit* = S *et cosinus* = C, *anguli minoris sinus* = *s et cosinus* = *c*; *dico*, *fore sinum anguli ex duobus hisce acuti compositi* = $= \frac{Sc + Cs}{r}$, etc.» (4 p. 13). Онъ имѣлъ въ виду главнымъ образомъ прилож. къ сфер. тригон.

**) Trigonometry plane and spherical with the Construction and Application of Logarithms. London 1748, ср. prop. II, III (Coroll., pp. 52—56) съ тригон. Майера *e. g.* p. 53, «...the Sine of their Sum $= \frac{Sc + sC}{R}$...» Въ друг. случ. *Th. Simpson* пользуется сокращ. обозн. Sin, Tang и т. д. *e. g.* p. 71: «*Co-tang*$\frac{1}{2}$AC: *Tang*$\frac{1}{2}$AC: : S(A+ACE) : S(A—ACE).»

***) *Гиппархъ* — величайшій астрономъ древности жилъ во II вѣкѣ до Р. X.; *Клавдій Птолемей* во II в по Р. X. Ср. *R. Wolf* o. c. pp. 163, 178.

****) Въ сочиненіи «*De triangulis omnimodis libri quinque*» (Lib. II prop. XXVI), написанномъ около 1464 года и изданномъ *Шёнеромъ* въ Нюрнбергѣ въ 1533 г.; объ этомъ замѣчательномъ сочиненіи см. *S. Günther*. Geschichte des mathem. Unterrichts im deutsch. Mittelalter biz zum Jahre 1525. *Monumenta Germaniae Paedagogica*. Bd. III, pp. 246, 247.

*****) *Heronis Alexandrini*. Geometricorum et Stereometricorum reliquiae etc. ed, *Fr. Hultsch*. Berolini 1864, VIII: Heronis mensura trianguli excerpta e libro περὶ διόπτρας pp. 235—237; ср. *Cantor* o. c. pp. 325, 326. Геронъ жилъ во II в. по Р. X.

******) *Will. Purser*. См. *Schooten*. Exercitationum mathematicarum libri V. Lugd. Bot. 1657; ср. *R. Wolf*. o. c. p. 179.

*******) Въ сочиненіи De lateribus et angulis triangulorum rectilin. tum sphaeric. Libellus, Wittemb. 1542; *R. Wolf*, l. c.

Пропорцію: $(a+b):(a-b) = \mathrm{Tang}\frac{1}{2}(A+B):\mathrm{Tang}\frac{1}{2}(A-B)$ Вольфъ нашелъ въ тригонометріи *Крюгера* 1612 года *), а въ нѣсколько иномъ видѣ въ сочиненіи *Ѳомы Финке* „Geometria rotundi“ 1583 года **).

Выраженія $(a+b):c = \mathrm{Cos}\frac{1}{2}(A-B):\mathrm{Sin}\frac{1}{2}C$ и $(a-b):c = \mathrm{Sin}\frac{1}{2}(A-B):\mathrm{Cos}\frac{1}{2}C$ приписываются обыкновенно *Мольвейде* (*Karl Brandan Mollweide*, 1774 — 1825) ***); они находятся однако уже въ тригонометріи *Ѳомы Симпсона* ****), изданной въ 1748 году — за двадцать шесть лѣтъ до рожденія Мольвейде.

И. Т.

НУЖНЫ ЛИ ЭКЗАМЕНЫ ПО МАТЕМАТИКѢ И ФИЗИКѢ?

Крайне опасный въ наше время вопросъ. Скажешь — да, экзамены нужны, не только въ высшихъ, но и въ среднихъ и низшихъ учебныхъ заведеніяхъ — и сотни возраженій, самаго филантропическаго и современнаго свойства, пристыдятъ тебя и заставятъ замолчать. Помилуйте! Переутомленіе, несчастныя дѣти, обиженные родители, разладъ между семьей и школой, недовѣріе къ учителямъ, превращеніе таковыхъ въ дикихъ звѣрей, контроль надъ контролемъ, изощреніе въ экзаминаціонномъ мошенничествѣ, заучиваніе предмета на два дня, умаливаніе значенія непрерывно правильныхъ занятій въ теченіе года, невозможность правильной оцѣнки, ариѳметическій фатализмъ среднихъ выводовъ, лоттарея, зеленое сукно, запечатанные конверты, чужіе люди, лихорадка, нервозъ, самоубійства и пр. пр. Дѣйствительно, есть отъ чего замолчать!

Съ другой стороны, скажешь — нѣтъ, долой экзамены, прочь съ отжившей рутиной прежнихъ варварскихъ временъ, — и въ умѣ тотчасъ же возникаетъ такая масса сомнѣній, ощущается такая шаткость давно сложившихся понятій о задачахъ и назначеніи общественной школы, что даже страшно станетъ отъ неотвязчивой мысли: „а что, если въ самомъ дѣлѣ мы идемъ теперь къ тому, чтобы переименовать всѣ наши гимназіи въ больницы для слабонервныхъ дѣтей?“

Да, очень трудный вопросъ! Быть можетъ, онъ упростился бы значительно, если бы, съ горяча, его не усложняли примѣсью такихъ элементовъ, съ которыми, по существу, онъ не имѣетъ никакого логическаго сродства.

---

*) *P. Crüger.* Synopsis Trigonometriae. Dantisci 1612.

**) «Ut semissis summae crurum [$\frac{1}{2}(a+b)$] ad differentiam summae semissis alteriusqve cruris [$\frac{1}{2}(a+b] - b$], sic tangens semissis anguli crurum exterioris [$\mathrm{Tg}\frac{1}{2}(180^\circ - C)$] ad tangentem anguli quo minor interiorum semisse dicti reliqui minor est [$\mathrm{Tg}[\frac{1}{2}(180^\circ - C) - B)$], aut major, major.» *Thomas Finke.* Geometria rotundi. Basileae 1583. *R. Wolf.* o. c. pp. 173, 179.

***) *Monatliche Correspondenz* за 1808 г. *R. Wolf.* o. c. p. 179.

****) Prop. VII и VIII на стр. 59, 60.

Такъ, напримѣръ, противники экзаменовъ не забываютъ въ числѣ своихъ аргументовъ упоминать о пресловутомъ „переутомленіи“. Но переутомленіе создается не экзаменами, а программами и ихъ несоотвѣтствіемъ силамъ и способностямъ болѣе слабыхъ учениковъ. Строгость выполненія однажды установленныхъ программъ такъ же неприкосновенна и безотносительна въ мірѣ педагогическомъ, какъ дисциплина — въ мірѣ военномъ. Слѣдовательно если выполненіе данной программы становится, напримѣръ, для ученика А дѣломъ на столько непосильнымъ, что влечетъ за собою нервное разстройство и переутомленіе, то, казалось бы, родители такого ученика, или вообще люди, наиболѣе близко къ нему стоящіе, должны понять вовремя все несоотвѣтствіе сдѣланнаго ими выбора учебнаго заведенія, которое создано для нормально здоровыхъ и — скажемъ — болѣе способныхъ учениковъ, такихъ, какъ напр. ученикъ В, непереутомленный, бодрый, веселый и — болѣе или менѣе, но все же успѣвающій. Но, какъ извѣстно, родители А никогда этого не понимаютъ, хотя понимаютъ напр. очень хорошо, что пѣвцомъ, съ успѣхомъ окончившимъ консерваторію, можетъ быть только тотъ, у кого есть отъ природы голосъ, что въ морскія училища физически слабыхъ не принимаютъ и пр. пр. Вслѣдствіе такого заблужденія, считая, что классическія гимназіи и реальныя училища должны быть заведеніями „общедоступными,“ родители такого ученика А въ большинствѣ случаевъ сами же становятся его врагами, выбирая обыкновенно одну изъ двухъ системъ: либо сваливанія всей вины за неуспѣшность на строгость и придирки учителей, либо — примѣненія съ своей стороны различныхъ понудительныхъ мѣръ и взысканій, съ цѣлью протиснуть А во что бы то ни стало черезъ всѣ классы гимназіи, и довести его такимъ путемъ дѣйствительно до полной никуданегодности. При чемъ-же тутъ экзамены? — спрашиваю я. А если они помогаютъ обнаруженію результатовъ этого безсердечнаго насилія родителей надъ своими же собственными дѣтьми, и кладутъ ему конецъ, устраняя такихъ учениковъ А изъ заведенія, — то за это имъ должно бы причитаться отъ общества большое спасибо. Къ сожаленію, весьма немногіе нынѣ понимаютъ, что „исключеніемъ“ за неуспѣшность, которая рельефнѣе всего обнаруживается путемъ экзаменовъ, школа желаетъ „спасти“ для общества людей, а не „губить“ ихъ, выходя изъ того принципа, что на другой дорогѣ они „могутъ“ еще стать полезными себѣ и другимъ, а на ошибочно избранной — они рѣшительно этого „не могутъ“, и жизнь, по всей вѣроятности, выброситъ ихъ за бортъ, какъ никому не нужный балластъ.

Въ виду того, что никакое медицинское освидѣтельствованіе не въ состояніи предсказать, будетъ ли по силамъ вновь поступающему въ учебное заведеніе принятая въ немъ программа, вышеуказанное значеніе экзаменовъ (годичныхъ) кажется мнѣ почти незамѣнимымъ средствомъ очищенія школы отъ наплыва въ нее больныхъ, невыносливыхъ и слишкомъ мало способныхъ. Я ужа-

саюсь — повторяю — допущенія, что государственная общественная школа, дающая тѣ либо другія права, можетъ превратиться въ больницу, а профессора и учителя — въ сестеръ милосердія; хотя ничего не имѣю сказать противъ учрежденія школъ при дѣтскихъ больницахъ (что, впрочемъ, еще не влечетъ за собою восхищенія идеей такъ называемыхъ „санитарныхъ гимназій“, о которыхъ уже начинаютъ поговаривать въ Крыму). А потому и придерживаюсь весьма немоднаго мнѣнія о необходимости періодическаго „очищенія“ гимназій, университетовъ, реальныхъ училищъ, высшихъ спеціальныхъ заведеній и пр. отъ несвойственныхъ имъ элементовъ. Лучшимъ фильтромъ — представляются именно періодическія испытанія, поставленныя въ условія, исключающія всякую халатность и поблажки — съ одной стороны, и — сухой формализмъ съ другой. Замѣнить эту систему корпоративной оцѣнкой успѣховъ и прилежанія ученика въ теченіе всего года — наврядъ ли удобно и даже возможно. Оно еше возможно при благопріятномъ результатѣ таковой оцѣнки, и, напримѣръ, переводъ успѣвающаго ученика въ высшій классъ безъ экзамена, хотя и имѣетъ свои неудобства, о которыхъ рѣчь будетъ ниже, но непосредственно не вызываетъ никакихъ затрудненій. Но, напротивъ того, оставить ученика въ томъ же классѣ, или — тѣмъ болѣе — исключить его вовсе за неуспѣваніе въ году и не дать ему права подвергнуться экзамену — это было бы почти то-же, что лишить подсудимаго при разборѣ его дѣла въ судѣ права голоса, права имѣть своего защитника. И тѣ же самые родители, которые теперь вопіютъ противъ экзаминаціонныхъ строгостей, тогда упрекали бы школьныя сферы въ ужаснѣйшей несправедливости, и прошеніямъ о разрѣшеніи держать ихъ сыну экзаменъ, даже по всѣмъ предметамъ, даже въ одинъ день, не было бы счету и конца.

Такимъ образомъ вопросъ о переутомленіи сводится, на мой взглядъ, къ такой статистической задачѣ: кого больше — переутомленныхъ ли учениковъ А, или нормально-здоровыхъ В? Если первыхъ больше, то, очевидно, надо сократить объемъ гимназическихъ программъ; но если число переутомленныхъ и слабонервныхъ составляетъ меньшинство, то ломать ради него съ такимъ трудомъ установившуюся у насъ всю школьную систему, было бы весьма плохою филантропіей. И всѣ тѣ, которые изъ состраданія къ такимъ ученикамъ А, винятъ нынѣ трудность и безсердечность этой системы, поступили бы гораздо послѣдовательнѣе, если взамѣнъ этихъ нареканій, проникающихъ и въ печать, и въ ежедневные разговоры и сбивающихъ лишь съ толку тѣхъ мальчугановъ и юношей, которымъ безъ этой медвѣжьей услуги и въ голову бы не пришло считать себя замученными и больными, позаботились бы лучше объ учрежденіи какихъ либо больницъ, или санитарныхъ школъ для своихъ протежэ. Вопросъ другой: имѣли ли бы такія больницы и школы паціентовъ и учащихся? Я думаю, что нѣтъ; но во всякомъ случаѣ, рѣшившись на такой опытъ, мы бы поставили вопросъ открыто и лишь тогда могли бы во очью убѣ-

диться на сколько онъ раздутъ, на столько преувеличены всѣ толки о томъ, будто нервозность подростающаго поколѣнія создана школою, а не самимъ строемъ современной жизни.

Параллельно этимъ толкамъ, поборники палліативныхъ полумѣръ и полусредствъ, выдвигаютъ вопросъ объ уничтоженіи переводныхъ экзаменовъ, какъ средство дать переутомленнымъ дѣтямъ болѣе продолжительный каникулярный отдыхъ. По моему мнѣнію это даже и не полусредство, а какая то фантастически-непедагогическая попытка, результаты которой не трудно предвидѣть, если только не очень будемъ увлекаться филантропіей минуты. Я не стану вдаваться въ подробный перечень этихъ результатовъ, такъ какъ и безъ того уже, пообѣщавъ въ заглавіи говорить объ экзаменахъ по математикѣ и физикѣ, позволилъ себѣ утомлять вниманіе читателей слишкомъ пространнымъ предисловіемъ. Въ виду этого ограничусь лишь нѣсколькими замѣчаніями.

Начать съ того, что уничтоженіе переводныхъ экзаменовъ, хотя бы только для лучшихъ учениковъ (какъ это было напр. въ мое гимназическое время) выработываетъ совершенно ложный взглядъ на экзаменъ, какъ на „наказаніе“. И мы дѣйствительно превратимъ тогда въ наказаніе одинъ изъ тѣхъ существенно важныхъ элементовъ воспитанія, прямымъ назначеніемъ котораго было до сихъ поръ развитіе самосознанія, вѣры въ свои личныя силы, мужества, порыва къ добровольному состязанію, привычки къ пониманію конкуренціи, внѣ которой жизнь теперь немыслима, и пр. Какою странною ироніей было бы тогда ознакомленіе учащихся съ подвигами гражданской доблести, самоотверженія, героизма и пр! Олимпійскія игры (тотъ-же экзаменъ древне-греческихъ гимназій), средневѣковое рыцарство, турниры, патріотическія войны, борьба мнѣній и ея герои и пр. пр. — все это мертвечина, какой то историческій хламъ, непонятный и ненужный тому, съ кѣмъ дѣлается припадокъ истерики отъ одной мысли объ экзаменѣ. Да, господа, если вы думаете, что у насъ мало еще трусости, малодушія и пошленькаго самолюбія, продолжайте этотъ культъ, пропагандируйте уничтоженіе экзаменовъ рядомъ съ расширеніемъ школьныхъ программъ. Но я хорошо знаю, что есть не мало сторонниковъ и прямо противоположнаго мнѣнія, людей, которые готовы, въ крайнемъ случаѣ, объемъ гимназическихъ программъ сократить вдвое, втрое, лишь бы только не отмѣнять обязательныхъ для всѣхъ, какъ лучшихъ такъ и худшихъ, учениковъ годичныхъ испытаній, потому что нравственное вліяніе этихъ испытаній на мальчиковъ здоровыхъ несравненно серьезнѣе въ итогѣ, чѣмъ сомнительный физическій вредъ, приносимый ими дѣтямъ малоспособнымъ и расшатаннымъ.

Если, какъ я сказалъ выше, было бы беззаконіемъ по отношенію къ ученику, почему либо неуспѣвшему въ теченіе года, лишеніе его права подвергаться на равнѣ съ другими экзамену, то по отношенію къ ученику успѣвающему освобожденіе его вовсе отъ экзамена является, помимо вышеизложеннаго, не только рис-

комъ, но еще и безосновательнымъ поступкомъ. Спора нѣтъ, что это „удобно“, въ особенности для учителей и для родителей ученика, но по отношенію къ нему самому — это безосновательно и рискованно. Думать, что увеличеніе на двѣ, на три недѣли каникулярнаго отдыха на счетъ экзаминаціоннаго періода, принесетъ такому успѣвающему ученику особенную пользу — это значитъ ошибаться въ самомъ существенномъ пунктѣ. Мальчику, который учится, который — какъ въ данномъ случаѣ — хорошо учится, слѣдовательно болѣе или менѣе самолюбивому мальчику, нуженъ не столько животный отдыхъ, сколько заслуженный, пріятный отдыхъ. Для него, слегка утомленнаго, скажемъ, непрерывными занятіями въ теченіе нѣсколькихъ мѣсяцевъ, занятіями, къ которымъ онъ относится вообще добросовѣстно, но — въ концѣ концовъ — безъ особеннаго увлеченія, нужно хоть одинъ разъ въ годъ нѣкоторое пришпориваніе, подъемъ духа, нужната маленькая лихорадка, безъ которой энергія молодости расходоваться еще не можетъ. И если школа такой шпоры ему не дастъ, превративъ весь свой курсъ въ однообразно-скучное заучиваніе уроковъ изо дня въ день, то, раньше или позже, шпора эта вонзится извнѣ, — и въ какомъ направленіи израсходуется тогда запасъ скопленной энергіи, къ какимъ приведетъ онъ увлеченіямъ и выходкамъ — объ этомъ, конечно, годичныя отмѣтки ничего не скажутъ педагогичесому совѣту. И такъ какъ я пережилъ въ гимназіи именно то время, когда (въ Кіевскомъ учебномъ округѣ) годичные переводные экзамены для учениковъ съ хорошими отмѣтками были вовсе отмѣнены, и насъ дарили непомѣрно длинными каникулами (съ 20 Мая по 20 Августа), то я съ полнымъ правомъ могу засвидѣтельствовать, что именно въ теченіе этихъ трехъ мѣсяцевъ, освободившись отъ всякаго школьнаго контроля, забывъ о существованіи своей гимназіи съ ея скукою и отмѣтками, избавленные отъ экзаменовъ ученики непремѣнно наткнутся на то либо другое внѣшнее вліяніе и, не зная удержу, могутъ предаться какъ вреднымъ излишествамъ, такъ и хорошимъ влеченіямъ. Во всякомъ случаѣ они возвратятся къ школьнымъ занятіямъ болѣе усталыми и апатичными, чѣмъ были до каникулъ, и потому слишкомъ удлинять таковыя — вообще неосновательно.

Нѣтъ, каникулы, чтобы имѣть смыслъ, должны наступать только послѣ экзаменовъ. Вызываемое экзаменомъ возбужденное состояніе, концентрированіе и напряженіе всѣхъ наличныхъ умственныхъ силъ, переживаемое волненіе, и — наконецъ — успѣхъ этого состязанія — вотъ что нужно, для того чтобы необходимый мальчику отдыхъ былъ таковымъ въ дѣйствительности. Того подъема духа, сознанія мужественнаго преодолѣнія всѣхъ препятствій, того довольства собою, своими родными, своими учителями и всей вообще своей школою, — однимъ словомъ того *joie de vivre*, какое является результатомъ удачныхъ, только что выдержанныхъ экзаменовъ—нельзя, по моему мнѣнію, создать искусственно никакимъ другимъ путемъ въ молодые годы, и замѣнять нарочно такія лу-

чезарныя, чудныя каникулы какими то опасно-безразличными — по моему, вовсе непедагогично. Если угодно, уничтожайте каникулы тревожныя, наполненныя репетиторами, выговорами за каждымъ обѣдомъ и ужиномъ, отравленныя призраками страшной переэкзаменовки; если возможно, уменьшите число мрачныхъ каникулъ, наступающихъ послѣ неудачныхъ экзаменовъ, раздражительныхъ, противныхъ и безусловно вредныхъ; но, ради Бога, не трогайте каникулъ жизнерадостныхъ и здоровыхъ!

А что удача на экзаменѣ можетъ иной разъ быть лишь счастливою случайностью — это рѣшительно не важно. Счастье — не портитъ; лоттерейный выигрышъ — не озлобляетъ, и потому, я увѣренъ, удача даже случайная, даже незаслуженная, не можетъ сдѣлать ученика ни менѣе добрымъ и прилежнымъ, ни болѣе глупымъ. Непозволительнымъ должно считаться лишь обратное явленіе — возможность случайной неудачи. Это то и налагаетъ главнымъ образомъ всю отвѣтственность на экзаменаторовъ.

Что же касается экзаменаціонной изворотливости, различныхъ дѣтскихъ продѣлокъ, хитростей, хвастовства удачнымъ исходомъ таковыхъ и пр., то это лишь забавное мальчишество, возникающее какъ протестъ противъ педантизма и формалистики, и возникающее, какъ извѣстно, вездѣ и всегда, даже въ средѣ людей взрослыхъ и вполнѣ солидныхъ, если только, въ силу тѣхъ либо другихъ обстоятельствъ, имъ приходится быть жертвами такого педантизма. Все это естественно — какъ насмѣшка надъ тѣмъ, что смѣшно, безвредно—какъ языкъ, высунутый шалуномъ за спиной учителя, и даже поучительно—въ смыслѣ оцѣнки того уровня, до котораго, сами того не замѣчая подчасъ, учителя могутъ понизить вещь столь серьезную какъ экзаменъ. *Р. И.*

(Продолженіе слѣдуетъ).

ЭЛЕКТРО-КАПИЛЛЯРНЫЯ ЯВЛЕНІЯ.

Беккерель, наливъ въ платиновый тигель солянную кислоту и опустивъ въ нее губчатую платину, замѣтилъ электрическій токъ, какъ только тигель и губчатая платина соединялись проволоками съ чувствительнымъ гальванометромъ. Токъ этотъ однако скоро слабѣлъ и совершенно прекращался, когда поры губчатой платины наполнялись совершенно кислотой.

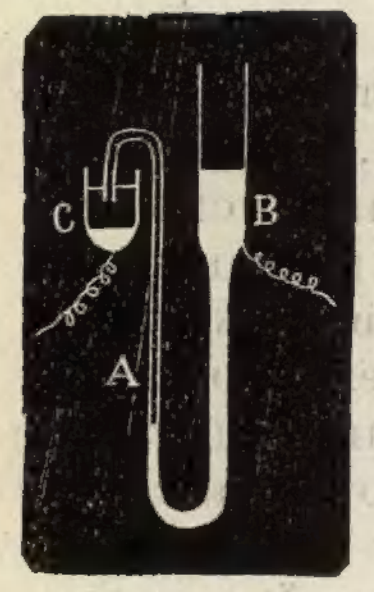
Хотя поры губчатой платины и представляютъ собою капилляры, однако отсюда еще не былъ очевиденъ фактъ, что при движеніи жидкости по капиллярамъ возбуждается электричество, такъ какъ здѣсь могли играть роль и другія причины, какъ напр. измѣненіе при этомъ температуры, сгущеніе газовъ въ губчатой платинѣ и проч.

Первый, открывшій явную связь между электрическими и капиллярными явленіями, былъ *Липманъ* (1873), проф. Парижскаго

университета. Фундаментальный его опытъ состоялъ въ слѣдующемъ: если изъ стекляной воронки, опущенной узкимъ концомъ въ разбавленную сѣрную кислоту, заставить выливаться ртуть, то тотчасъ же появляется электрическій токъ, если ртуть въ воронкѣ и сосудѣ съ сѣрной кислотой соединить съ гальванометромъ. Токъ идетъ при этомъ сверху внизъ.

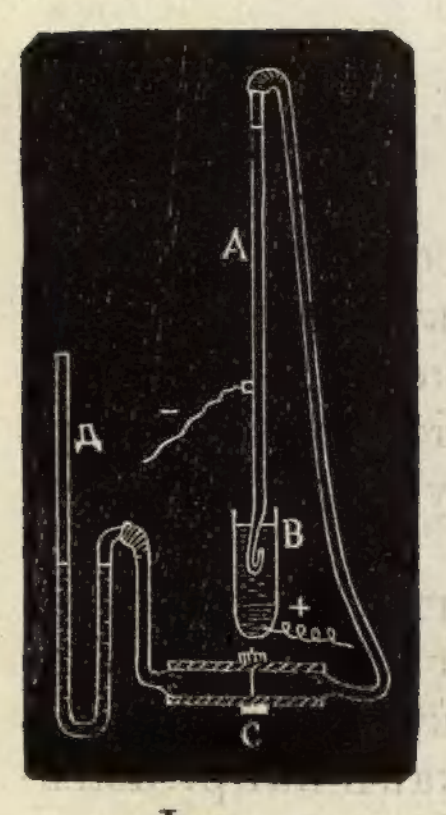
Принимая во вниманіе обратность явленій, существующихъ въ природѣ, можно было думать, что если изъ капиллярной трубки при вытеканіи ртути образуется электрическій токъ, то при пропусканіи его по капиллярной трубкѣ ртуть въ ней должна повыситься или понизиться. Опытъ *Липмана* дѣйствительно подтвердилъ это заключеніе.

Я здѣсь опишу опытъ *Квинке* (проф. въ Страсбургскомъ университетѣ), сдѣланный въ этомъ направленіи. Въ сосудѣ B находится ртуть, поднимающаяся въ A вслѣдствіе капиллярности только на небольшую высоту. Въ C находится на днѣ ртуть, а надъ ней, равно какъ и въ остальной части капиллярной трубки, разбавленная сѣрная кислота. Какъ только пропускался по платиновой проволокѣ въ B и C электрическій токъ, столбикъ ртути въ A поднимался, если токъ шелъ отъ B къ C, въ противномъ случаѣ онъ опускался. Это перемѣщеніе столбика ртути по измѣреніямъ *Липмана* и др. при малыхъ электрическихъ силахъ пропорціонально напряженію тока до 0,9 Даніэля, послѣ чего достигается максимумъ и при большихъ электрическихъ напряженіяхъ перемѣщеніе столбика начинаетъ уменьшаться.



Фиг. 8.

Основываясь на этихъ опытахъ, *Липманъ* построилъ особый электро-капиллярный электрометръ, обладающій очень большею чувствительностью. Широкая стекляная трубка A оканчивается короткой и очень тонкой, нѣсколько конической капиллярной трубочкой (внутренній діаметръ 0,005 м. м.) и наполнена ртутью. Конецъ B помѣщается въ сосудъ съ разбавленной сѣрной кислотой, на днѣ котораго находится немного ртути. Верхняя часть трубки A сообщается гуттаперчевой трубкой съ ртутнымъ манометромъ D. Нажимая на каучуковый шаръ C, приводимъ ртуть въ B до самаго верха и замѣчаютъ показаніе манометра. Послѣ этого по платиновымъ проволокамъ пропускаютъ токъ, причемъ ртуть въ B *понизится;* нажимая теперь снова на шаръ C, мы можемъ привести ртуть въ B опять до верху (токъ остается все время замкнутымъ). Вычитая теперь изъ показанія манометра прежнее его показаніе, получимъ относительную величину для электровозбудительной силы нашего источника электричества. У *Липмана*



Фиг. 9.

одинъ Даніэль давалъ 268 м. м. разницы въ манометрѣ и такимъ образомъ онъ могъ измѣрять $^1/_{10000}$ Даніэля.

Причина электро-капиллярныхъ явленій сводится главнымъ образомъ на измѣненіе капиллярныхъ свойствъ ртути подъ вліяніемъ электролиза сѣрной кислоты. Въ самомъ дѣлѣ, пропуская по разбавленной сѣрной кислотѣ токъ, мы заставляемъ водородъ выдѣляться на отрицательномъ, а кислородъ на положительномъ электродѣ. Такъ какъ наши электроды ртутные, то одинъ изъ нихъ соединится съ кислородомъ и окислится, а другой дастъ съ водородомъ сплавъ. Такимъ образомъ *поверхностное натяженіе* ртути измѣнится и *краевой уголъ,* а слѣдовательно и высота столба ртути въ капиллярѣ либо увеличится, либо уменьшится. Если предположить, что ртуть въ капиллярѣ въ электрометрѣ *Липмана*, поглотивъ водородъ, опустилась, то пропуская теперь токъ въ обратномъ направленіи, мы ее заставимъ снова подняться, такъ какъ теперь она должна соединиться съ кислородомъ, т. е. отдастъ обратно поглощенный ею раньше водородъ, который съ кислородомъ и образуетъ воду, и сдѣлавшись такимъ образомъ опять чистой, получаетъ прежнюю *капиллярную постоянную.*

Если вмѣсто сѣрной кислоты взять растворъ ціанистыхъ соединеній щелочныхъ металловъ, то движеніе ртути будетъ обратное, чѣмъ въ предыдущемъ случаѣ.

Другая причина движенія ртути въ капиллярѣ есть *разность электрическихъ напряженій* по поверхностяхъ, отдѣляющихъ ртуть отъ данной жидкости, какая разность при прохожденіи тока вслѣдствіи поляризаціи либо увеличивается либо уменьшается. Для полнаго объясненія этой послѣдней причины требуется однако знаніе потенціальной функціи.

Сюда же относится и объясненіе движенія капли ртути въ горизонтальной, хотя бы и очень широкой трубкѣ, наполненной сѣрной кислотой, а также и явленіе электрическаго осмоза *Видемана.*

Проф. *П. Бахметьевъ* (Софія).

ОПЫТЫ И ПРИБОРЫ.

Демонстрированіе электрическихъ волнъ по методу профессора А. Воллера (Гамбургъ). Этотъ методъ представляетъ усовершенствованіе способа Лехера. У Лехера отъ пластинокъ конденсатора выходятъ двѣ изолированныя другъ отъ друга параллельныя проволоки. На обѣихъ проволокахъ лежитъ стеклянная трубка, содержащая сильно разрѣженные пары терпентиннаго масла. Если теперь водить проволочной дугой (мостикомъ) вдоль обѣихъ проволокъ, то при извѣтномъ положеніи мостика трубка начинаетъ свѣтиться. Это мѣсто означаетъ пучность волны, между тѣмъ какъ трубка находится въ узлѣ. Воллеръ, удерживая проволочный мостъ, который даетъ возможность образоваться одной

усиленной волнѣ изъ многихъ первоначальныхъ волнъ, измѣняетъ опытъ такъ, что одинъ конецъ трубки, обозначающей электрическія волны, отводитъ прикосновеніемъ къ землѣ, а другимъ концомъ водитъ вдоль по проволокамъ. Вслѣдствіе этого съ одной стороны становится возможнымъ розыскать узелъ колебанія въ замкнутомъ проводникѣ, а равно и въ любомъ мѣстѣ пространства, съ другой стороны, положеніе узла можетъ быть опредѣлено съ точностью до нѣсколькихъ центиметровъ. Розысканіе пучности волны по наибольшей яркости свѣта въ трубкѣ у Лейхера довольно затруднительно, между тѣмъ какъ у Воллера совершенное исчезновеніе свѣта на узлахъ указываетъ положеніе послѣднихъ легко и очень точно, какъ въ большинствѣ случаевъ показали произведенные опыты. Изъ наиболѣе интересныхъ опытовъ приведемъ еще слѣдующіе:

Въ серединѣ моста во всѣхъ случаяхъ лежитъ узелъ колебаній. На обѣихъ концахъ изолированныхъ проволокъ постоянно находятся сильно свѣтящія пучности волны. На обѣихъ изолированныхъ проволокахъ оказывалось по $1^1/_2$ волны, а длина полной волны по измѣреніямъ оказалась равной 745 цм.; послѣдняя полуволна, аналогично волнѣ звука въ открытыхъ трубахъ, постоянно меньше половины цѣлой волны.

Если обѣ проволоки образуютъ металлически замкнутую цѣпь, то одинъ узелъ лежитъ въ серединѣ первоначальнаго моста, второй въ серединѣ замкнутой цѣпи и обѣ половины послѣдней содержатъ, смотря по длинѣ и емкости конденсатора, большее или меньшее число ясно разграниченныхъ стоячихъ волнъ. Воллеру удалось обнаружить одновременно до 9 стоячихъ волнъ въ проволокѣ и измѣрить ихъ длину. Длина волны не зависитъ отъ размѣровъ индуктора, напротивъ же зависитъ отъ положенія моста и емкости конденсатора, а также отчасти и отъ самоиндукціи проволоки. При приближеніи проволокъ, образующихъ замкнутый кругъ, другъ къ другу до 1 мм. длина волны увеличилась вдвое, а именно отъ 565 до 1150 цм. Изъ этого слѣдуетъ, что не позволительно измѣрять электрическія волны при помощи спирально навитыхъ резонирующихъ проволокъ.

Особый интересъ представляетъ то явленіе, что положеніе узловъ и пучностей волнъ совершенно не зависитъ отъ положенія точки интерференціи въ окружающемъ діэлектрикѣ. Изолированный конецъ проволоки даже тогда содержитъ сильно свѣтящую пучность волны, когда онъ находится вблизи проволоки съ узломъ, такъ что на проволокахъ узлы и пучности могутъ существовать въ одномъ и томъ же мѣстѣ пространства вблизи одинъ другого. Поэтому проволоки, служащія для наблюденія электрическихъ волнъ, могутъ занимать произвольное положеніе въ пространствѣ, предполагая, что индукціи отдѣльныхъ проволокъ другъ на друга не вліяютъ. Чтобы разыскать вліяніе діэлектриковъ, при предыдущихъ опытахъ проволока была проведена (припаяна) черезъ металлическую ширму поверхностью въ 5 кв. м.

При этомъ оказалось, что узлы не потерпѣли никакого перемѣщенія, между тѣмъ перемѣщеніе тотчасъ наступило, когда вмѣсто начальнаго пути черезъ ширму былъ включенъ равной длины проводникъ. Такимъ образомъ этотъ опытъ даетъ удивительный результатъ, что внутри пространства электрической тѣни, означеннаго металлической ширмой, на проволокѣ оказывалось такое же расположеніе волнъ, какъ и внѣ тѣневаго пространства.

Градуированіе спиртовыхъ термометровъ (A. Angot). Вслѣдствіе неравномѣрнаго расширенія спирта, нельзя пользоваться спиртовымъ термометромъ, не сравнивъ его съ ртутнымъ при различныхъ температурахъ. Обыкновенно находятъ сравненіемъ точки 0°, 15° и 30°; для полученія же дѣленій ниже нуля откладываютъ промежутокъ равный 14,2 дѣленіямъ (выше нуля) и дѣлятъ его на 15 частей; затѣмъ промежутокъ отъ 0 до — 14°,2 откладываютъ внизъ и опять дѣлятъ на 15 частей. Но даже такимъ образомъ приготовленный термометръ не даетъ вѣрныхъ показаній и ошибка при — 30° достигаетъ нѣсколькихъ градусовъ. Анго нашелъ эмпирически слѣдующую формулу для поправки спиртоваго термометра:

$$n = n_0 + a(t + 0,002t^2 + 0,000004t^3),$$

гдѣ n—отсчетъ на спиртовомъ термометрѣ при нормальной температурѣ t, n_0—точка таянія льда, a—постоянная термометра.

Если 0 и t найдены, то для опредѣленія разстоянія между 0 и t' измѣряютъ длину l отъ 0 до t и тогда разстояніе отъ 0 до t' найдется по формулѣ

$$l\frac{t' + 0,002t'^2 + 0,000004t'^3}{t + 0,002t^2 + 0,000004t^3}.$$

Слѣдующая таблица даетъ величины $t + 0,002t^2 + 0,000004t^3$ черезъ каждые 5°.

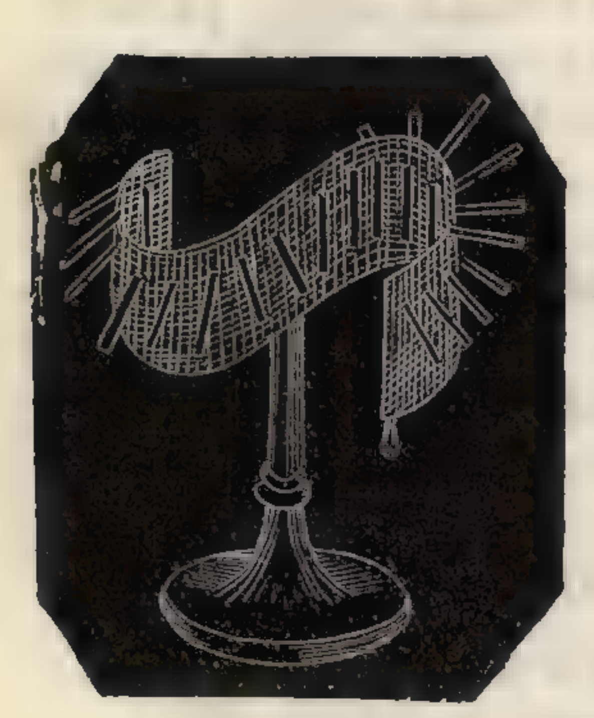
+ 40	43,4560	— 40	— 37,0560
35	37,6215	35	32,7215
30	31,9180	30	28,3080
25	26,3125	25	23,8125
20	20,8320	20	19,2320
15	15,4635	15	14,5635
10	10,2040	10	9,8040
5	5,0505	5	4,9505

Положимъ, что термометръ не градуированъ: найдены только 0° и 30°, промежутокъ раздѣленъ на 30 частей и дѣленія нанесены по всей шкалѣ. Умножаемъ всѣ числа таблицы на отношеніе 30 : 31,918. Напримѣръ для —40° получимъ —34°,84, т. е. ошибка достигаетъ 5 градусовъ.

Простой приборъ для демонстрированія распространенія электричества на внѣшней поверхности изолированнаго проводника.

Кусокъ жести или лучше проволочной сѣти (15 × 36 цм.), края которой такъ загнуты, чтобы ни одно остріе не торчало,

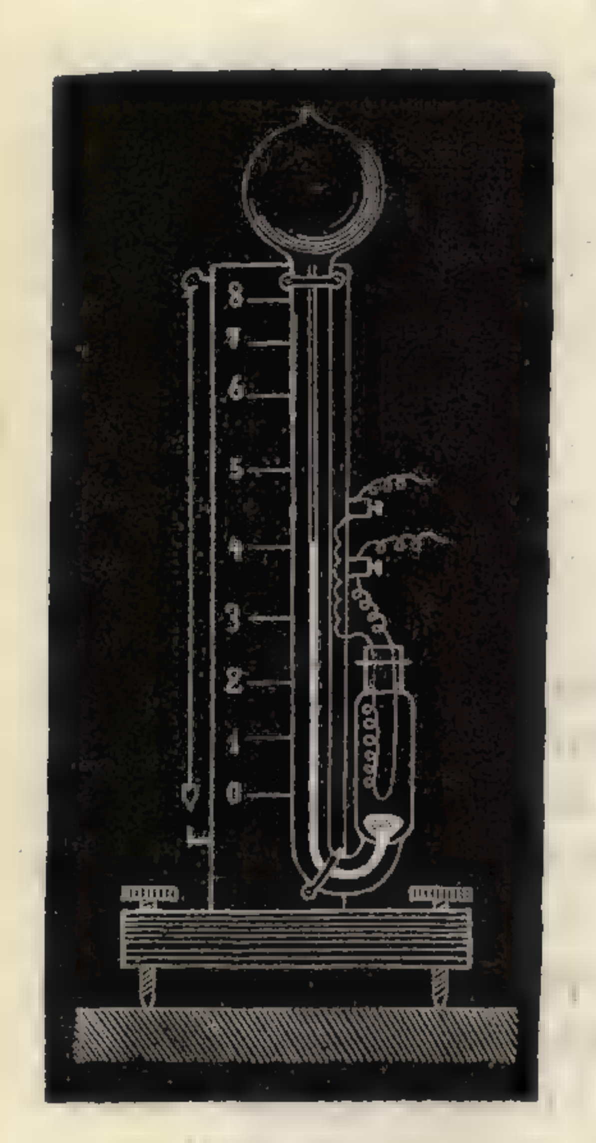
укрѣпленъ на изолированной подставкѣ. Съ обѣихъ сторонъ сѣтки къ верхнему краю приклеены тонкія полоски шелковой бумаги (4 × 100 мм.) на разстояніи 2 цм. другъ отъ друга. Для облегченія демонстрированія приклеиваютъ на одной сторонѣ красныя бумажки, а на другой зеленыя. Приклеивать лучше всего воскомъ, ибо гумми-арабикъ и всякій другой затвердѣвающій клей отскакиваетъ отъ металлической поверхности. Къ концамъ сѣтки придѣланы эбонитовыя ручки для того, чтобы ее можно было какъ угодно сгибать.



Фиг. 10.

Если теперь зарядимъ несогнутую сѣть, то бумажныя полоски подымутся съ обѣихъ сторонъ на равную высоту. Если же согнемъ теперь сѣть, то съ вогнутой стороны всѣ полоски опустятся, а съ выпуклой подымутся еще больше; согнемъ сѣть въ противуположную сторону и увидимъ, какъ электрическій зарядъ переходитъ на выпуклую сторону. Наконецъ придадимъ сѣткѣ S-образную форму (фиг. 10); въ вогнутыхъ мѣстахъ листики висятъ вертикально, а на выпуклыхъ подымаются и по степени ихъ отклоненія можно судить о различной плотности электричества на отдѣльныхъ частяхъ поверхности сѣтки.

Амперометръ Дебрюна. Основываясь на идеѣ термометра Киннерслея, Дебрюнъ построилъ весьма удобный и легко приготовляемый амперометръ, годный для измѣренія какъ постоянныхъ токовъ, такъ и перемѣнныхъ. Устройство прибора понятно изъ прилагаемаго рисунка. Токъ, проходя по проволокѣ, нагрѣваетъ массы воздуха и тѣмъ самымъ производитъ поднятіе жидкости въ узкомъ колѣнѣ. Жидкость состоитъ изъ смѣси воды и глицерина, подкрашенной фуксиномъ. Проволока сдѣлана изъ ферроникеля для тока средней силы, который можетъ показывать приборъ. Пробка, черезъ которую проходятъ проволоки, выварена въ канадскомъ бальзамѣ и вмазана мастикой Голаца. Градуировка прибора производится по сравненію съ обыкновеннымъ амперометромъ, при токѣ постояннаго направленія. Такъ какъ перемѣнные токи нагрѣваютъ проволоку сообразно ихъ силѣ, то онъ можетъ служить и для перемѣнныхъ токовъ.



Фиг. 11.

Такъ какъ приборъ герметически закрытъ, то внѣшнее давленіе не производитъ никакого дѣйствія. Внѣшняя температура

имѣетъ нѣкоторое вліяніе, для избѣжанія котораго нужно принимать тѣ же предосторожности, какъ при работѣ съ термометромъ Лесли.

Если проволоку въ сосудѣ сдѣлать очень тонкой и еще включить снаружи добавочное сопротивленіе, то приборъ сдѣлается вольтметромъ.

Изъ сказаннаго видно, что всякій любителъ можетъ устроить этотъ удобный и дешевый приборъ.

Электростатическій двигатель. Приводимъ описаніе интереснаго электростатическаго двигателя, пригоднаго для демонстрацій въ школахъ при изученіи статическаго электричества.

Главную часть прибора составляетъ дискъ изъ діэлектрика, вращающійся въ срединѣ горизонтальной рамы; рама поддерживается четырьмя стекляными ножками. Ось оканчивается остріями, упирающимися въ гнѣзда на концахъ винтовъ, которые удерживаются гайками, вдѣланными въ раму. Одинъ конецъ оси окружаетъ муфточка изъ изолирующаго вещества, но не касается ея. На муфточку одѣта ступица и можетъ быть закрѣплена винтомъ въ какомъ угодно положеніи; отъ нея въ противоположныя стороны расходятся два стержня, загибающихся надъ краями диска въ видѣ буквы С. Эти стержни снабжены щетками и образуютъ гребенки. Электричество гребенкамъ доставляется при помощи металлической пластинки, одинъ конецъ которой прижимается къ ступицѣ, а другой прикрѣпленъ зажимнымъ винтомъ къ рамѣ. Другія гребенки расположены въ плоскости рамы и состоятъ изъ двухъ частей, каждая изъ нихъ изолированнымъ стержнемъ прикрѣплена къ рамѣ. Стержни соединены между собой проволокой.

Зажимы на концахъ рамы соединены съ положительнымъ полюсомъ источника статическаго электричества (напр. электрической машины, лейденской банки и т. п.), а зажимъ у ступицы — съ отрицательнымъ; изъ горизонтальныхъ гребней электричество проходитъ въ дискъ и отъ этого онъ отталкивается и притягивается гребенками на спицахъ, вращаясь такимъ образомъ около оси.

На оси имѣется шкивъ, посредствомъ котораго можно передать движеніе какому либо легкому механизму.

Хронографъ. Иногда представляется необходимость опредѣлять доли секундъ, а между тѣмъ у преподавателя нѣтъ необходимыхъ для этого дорогихъ приборовъ Но можно обойтись при помощи Морзевскаго пишущаго телеграфа, составляющаго принадлежность всякаго физическаго кабинета. Къ стержню часового маятника придѣлывается проволока, и маятникъ вмѣстѣ съ пишущимъ телеграфомъ включается въ цѣпь гальванической батареи, а подъ концомъ проволоки помѣщается капля ртути. Въ отвѣтвленіе между батареей и пишущимъ приборомъ включенъ Морзевскій ключъ. При каждомъ прохожденіи черезъ каплю ртути маятникъ замыкаетъ цѣпь и на бумажной лентѣ получаются

точки, равноотстоящія другъ отъ друга. Если же замкнуть побочную вѣтвь при помощи ключа, то пишущій аппаратъ тотчасъ поставитъ точку, которая вообще лежитъ между двумя прежними мѣтками и положеніе которой можетъ быть достаточно точно опредѣлено при помощи циркуля и линейки съ миллиметрами; и именно точность будетъ тѣмъ больше, чѣмъ короче время замыканія тока и чѣмъ скорѣе развивается бумажная лента. *П. П.*

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Одесское Общ. Эл.-Мат. и Физики. 7-е очер. засѣданіе (10 января). Предсѣдательствовалъ И. В. Слешинскій.

1) *Г. Г. Де-Метцъ* демонстриировалъ аперіодическій гальванометръ Д'Арсовамя и Депре.

2) Обсуждался рефератъ *С. В. Житкова*, заслушанный въ предыдущемъ засѣданіи, о томъ какъ слѣдуетъ начинать преподаваніе геометріи *).

8-е очередное засѣданіе (24 января). Предсѣд. И. В. Слешинскій.

1) *Д. М. Зейлигеръ* сдѣлалъ сообщеніе „о геометрическихъ приборахъ", а именно о примѣненіи къ геом. построеніямъ прямолинейной линейки съ параллельными краями.

2) Продолжалось дальнѣйшее обсужденіе реферата *С. В. Житкова* о начальномъ преподаваніи геометріи.

9-ое очер. засѣданіе (7 февраля). Предсѣд. И. В. Слешинскій.

1) *А. П. Старновъ* изложилъ „Исторію алгебраическихъ уравненій по подлиннымъ документамъ", съ обращеніемъ главнаго вниманія на исторію установленія алгебр. символистики **).

10-ое очер. засѣданіе (21 февраля). Предсѣд. И. М. Занчевскій.

1) *Х. І. Гохманъ* въ рефератѣ: „Математика въ талмудѣ" далъ обстоятельный обзоръ математическихъ познаній и космогоническихъ воззрѣній древнихъ Іудеевъ на основаніи имѣющихся въ талмудѣ данныхъ **).

3) Закрытой баллотировкой былъ избранъ въ Товарищи Предсѣдателя по отдѣленію физики Э. К. Шпачинскій, который, поблагодаривъ за оказанную ему честь, просилъ освободить его отъ таковой обязанности, вслѣдствіе недостатка свободнаго времени. При вторичной баллотировкѣ былъ избранъ директоръ Од. реальнаго училища Св. Павла *Н. А. Каминскій*.

Кіевское Физ.-Мат. Общ. 1-е очер. засѣданіе (20 января). Предсѣд. Н. Н. Шиллеръ.

1) *И. Г. Рекашевъ*: „О струяхъ".

---

*) См. В. О. Ф. №№ 133, 134.

**) Будетъ помѣщено въ В. О. Ф.

***) Будетъ помѣщено въ В. О. Ф.

2) *В. П. Ермаковъ* показалъ рѣшеніе задачи (?), предложенной черезъ посредство вопроснаго ящика.

2-ое очер. засѣданіе (27 января). Предсѣд. Н. Н. Шиллеръ.

1) Прочитанъ отчетъ ревизіонной коммиссіи.

2) Закрытой баллотировкой избраны: предсѣдателемъ — Н. Н. Шиллеръ, товарищами предсѣд.: В. П. Ермаковъ и Р. Н. Савельевъ, секретаремъ — Г. К. Сусловъ, казначеемъ — О. О. Кособоговъ.

3) *Р. Н. Савельевъ* сдѣлалъ сообщеніе: „Объ искусственномъ дождѣ."

4) *В. И. Юскевичъ-Красковскій* демонстрировалъ граммофонъ.

3-ье очер. засѣданіе (3 февраля). Предсѣд. Н. Н. Шиллеръ.

1) *И. Г. Рекашевъ* „О струяхъ".

2) *Г. К. Сусловъ*: „Кинетическая тригонометрія."

4-ое очер. засѣданіе (17 февраля). Предсѣд. Н. Н. Шиллеръ.

1) *Н. Н. Шиллеръ:* „О направленіи колебаній поляризованнаго луча."

2) *П. И. Броуновъ* демонстрировалъ гигрометръ Крова и далъ краткіе отзывы о нѣкоторыхъ новыхъ книгахъ.

3) *В. И. Курчинскій* демонстрировалъ свой термостатъ.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Ф. Гедбергъ. Аршинометрикъ. Таблица для перевода цѣнъ за метръ въ финскихъ маркахъ изъ аршина въ рубляхъ и наоборотъ (по курсу 200 — 350). С.-Петербургъ.

А. И. Гольденбергъ. Сборникъ задачъ и примѣровъ для обученія начальной ариѳметикѣ, въ двухъ выпускахъ. Вып. II. Задачи и примѣры на числа любой величины. Изд. 13 е. Спб. 1891. Цѣна 15 к.

Лѣтописи Главной Физической Обсерваторіи, издаваемыя Г. Вильдомъ. 1890 годъ. Часть II. Метеорологическія наблюденія по международной системѣ станцій 2-го разряда въ Россіи. Спб. 1891.

Обзоръ занятій въ Имп. Русскомъ Техн. Обществѣ въ Спб. въ періодъ съ 1-го сентября по 1-е декабря 1891 г. Спб.

О неметаллическихъ электродахъ вообще, о прикрѣпленіи ихъ къ металлу, о встрѣчаемыхъ при этомъ затрудненіяхъ и объ устраненіи таковыхъ посредствомъ примѣненія поляризатора Ю. Орловскаго и выгоды, достигнутыя этимъ. С.-Петербургъ.

Сводъ привилегій, выданныхъ въ Россіи въ 1891 г. по департаменту торговли и мануфактуръ на изобрѣтенія и усовершенствованія, касающіяся технической промышленности. (№№ 41—70). Спб.

В. В. Бобынинъ. Русская физико-математическая библіографія. Томъ 2-й, вып. 3 й. Москва. Цѣна 1 р. 50 к.

Я. Вейнбергъ Астрономическія воззрѣнія, подготовившія ученіе Коперника. Москва.

Извѣстія Имп. Общ. Люб. Естеств., Антроп. и Этнографіи Томъ 73, вып. 1 и 2 Труды Отдѣленія Физ. Наукъ, Томъ 4-й вып. 1-й и 2-й (Подъ редакціею Н. Е. Жуковскаго и П. В. Преображенскаго). Москва. 1891.

Н. Нечаевъ. О начальномъ преподаваніи алгебры (Отд. отт. изъ «Педагогическаго Сборника»). Спб.

А. П. Постниковъ. Основанія электротехники. Часть I. Основные факты, законы и теоріи. Электрометрія. Москва. Цѣна 1 р. 50 к.

Робертъ Фультонъ—изобрѣтатель пароходовъ. Изд. 2 е (Общества Распростр. Пол. Книгъ). Москва. Цѣна 10 к.

Труды Спб. Общ. Естеств. Томъ 22. Протоколы общихъ собраній. Спб. 1891. Цѣна 50 к.

Труды физико-медицинскаго Общества при Имп. Моск. Унив. № 3 май — октябрь. Москва.

Химическая технологія. Сочиненіе Р. Вагнера, обработанное Ф. Фишеромъ. Съ 13-го изд. перевелъ В. Тизенгольтъ. Вып 5. Спб. Цѣна 1 р. (съ перес. 1 р. 10 к)

Д. А. Гольдгаммеръ. Электромагнитная теорія свѣта. Казань. 1891. Цѣна 1 р. 50 к.

Ѳ. В. Езерскій. О правильной постановкѣ преподаванія счетоводства. Часть 1 ая. (Значеніе счетоводства. Развитіе и построеніе системъ). Спб.

А. К. Ержемскій. О правильномъ фотографированіи цвѣтныхъ изображеній. Спб. 1891.

П. П. Карповъ. Руководство къ изученію практической фотографіи для начинающихъ и любителей. Изданіе 4-ое переработ. и дополнен. Спб. Цѣна 2 р. 35 к.

Петръ Петровичъ Алексѣевъ, заслуженный профессоръ университета Св. Владиміра, почетный членъ Кіевскаго Общ. Естеств. Кіевъ.

Труды Общества Естеств. при Имп. Казанскомъ. унив. Томъ 23. Вып 5. Казань.

Н. В. Бугаевъ. Выраженіе эллиптическихъ интеграловъ въ конечномъ видѣ (Матем. Сборникъ т. 16). Москва. Цѣна 40 к.

Ежемѣсячные и годовые выводы изъ метеор наблюденій станцій 2-го разряда (Изъ лѣтоп. Гл. Физ. Обс.) 1890 г. Спб. 1891 г

Ѳ. В. Езерскій. О правильной постановкѣ преподаванія счетоводства. Часть 2-я. (Недостатки настоящаго преподаванія и способы къ правильной постановкѣ его). Москва.

Извѣстія Физ.-Мат. Общ. при Имп. Казанскомъ унив. Томъ I. № 3. Казань.

Имп. Русское Техническое Общество. Труды Коммисіи по техническому образованію. 1890—1861. Вып. 3. Спб. 1891.

Л. Катрейнъ. Руководство къ изученію телеграфированія. Изд. 2-е дополн. и испр. Тифлисъ. Цѣна 35 к.

П. Кричагинъ. Учебникъ Минералогіи и физической геологіи для среднихъ учебныхъ заведеній. Спб.

Оскаръ Май Производство электр. освѣщенія. Попул. инструкція для машинистовъ, электротехниковъ и владѣльцевъ электроосвѣтительныхъ заведеній. Переводъ со 2-го нѣм. изданія *Н. Н. Н.* Кіевъ. Цѣна 30 к.

Г. Г. Де-Метцъ. Германъ фонъ Гельмгольтцъ. (Отд. отт. изъ «Вѣст. Оп. Физ.»). Одесса. Цѣна 15 к.

А. Осуховскій Таблицы квадратовъ чиселъ отъ 1 по 40000, облегчающія умноженіе, возведеніе въ квадратъ и извлеченіе квадратнаго корня. Люблинъ. Цѣна 2 р.

Сборникъ физическихъ задачъ. Переводъ *В. К. Вальтера* (съ франц. «Problèmes de physique» Chevallier, Muntz, Villedeuil, Jacquier). Часть I. Воронежъ. 1891.

А. Босъ и *М. Ребберъ* Курсъ элементарной геометріи. Перевелъ Н. де-Жоржъ. Изд. 2-е. Спб. Цѣна 1 р. 65 к.

В. А. Евтушевскій. Сборникъ ариѳм. задачъ и числ. примѣровъ для приготовительнаго и систем. курса. Часть I—цѣлыя числа. Изд. 41-е. Спб. 1891. Цѣна 35 к.

Ж. Жуберъ Основы ученія объ электричествѣ. Перев. съ франц. П. В. Преображенскаго, П. В. Минина и Т. И. Вяземскаго подъ ред. проф. А. Г. Столѣтова. Изд. 2-е пересм. и дополн. Москва. Цѣна 3 р.

А. Зайцевъ. Курсъ органической химіи. Вып. 3 (конецъ 1-й части). Казань. Цѣна 2 р.

Извѣстія Физ. Мат. Общества при Имп. Казанскомъ унив Т. I. № 4. Казань

Н К. Козловскій. Краткій курсъ общей и прикладной механики. Состав. по программѣ техническихъ желѣзнодорож. училищъ. Въ трехъ частяхъ. Спб.

П. А. Некрасовъ. Алгебраическій методъ рѣшенія задачъ на построеніе. Часть 2-я. Москва. Цѣна 1 р. 30 к.

Подробный отчетъ международнаго конгресса счетоводства, состоящагося въ Ратушѣ 1-го Парижскаго Округа во время всемірной Парижской выставки 1889 г. Переводъ А Потемкина Москва. Цѣна 1 р.

А. А. Приселковъ. Нѣсколько словъ о педагогическихъ собраніяхъ. Тифлисъ. Цѣна 25 к.

Л. Симоновъ. Паяніе и покрытіе однихъ металловъ другими (луженіе, золоченіе, серебреніе и пр.) съ особыми отдѣлами гальваническаго покрытія и металлохроміи. Спб. Цѣна 1 р. 25 к.

И. О. Ярковскій. По поводу критики М. А. Рыкачева моихъ метеорологическихъ воззрѣній. Москва. Цѣна 30 к.

А. Бернтсенъ Краткій учебникъ органической химіи. Переводъ съ 3-го нѣм изданія Л. Явейна и А. Тилло. Спб. Цѣна 3 р.

О. Гаммерштенъ Учебникъ физіологической химіи. Перев. съ нѣм. проф. А. Щербакова. Спб. Цѣна 3 р. 60 к.

В. Гебель. Десятичная и метрическая система мѣръ и вѣсовъ. Ея происхожденіе, преимущества и польза введенія въ Россіи. Москва. Цѣна 25 к.

Л. Жэ. Задачи по физикѣ. Перев. съ франц. Н. И. Мамонтова. Москва. Цѣна 2 р. 25 к.

Записки Мат. Отд Новорос. Общ. Естеств. Томъ XII. Одесса. Цѣна 1 р. 50 к.

Записки Новорос. Общ. Естеств. Томъ XVI. Вып. 2 Одесса. Цѣна 2 р.

Е. Н. Кобозевъ. Таблицы стоимости фунтовъ отъ 1 до 39 изъ пуда отъ 1 коп. до 1 руб. и стоимости пуда при цѣнѣ отъ 1 до 39 фунтовъ съ 1 коп. до 50 руб. Спб. Цѣна 50 к.

Краткія свѣдѣнія по электротехникѣ въ ея современномъ состояніи. Изданы для посѣщающихъ IV электр. выставку Имп. Русскаго Техн. Общества. (Изданіе журнала «Электричество»). Спб.

Л. А. Боровичъ Практическое руководство къ построенію динамо-машинъ. Москва.

П. М. Покровскій. Теорія функцій комплекснаго перемѣннаго. Курсъ лекцій. Кіевъ. Цѣна 1 р.

В. Л. Розенбергъ. Универсальный свѣтовой приборъ. Спб. Цѣна 30 к.

К. П. Траутвейнъ Практическій совѣтникъ въ пройденномъ по ариѳметикѣ въ начальной школѣ. Саратовъ.

Н. А. Шапошниковъ и *Н. К. Вальцовъ.* Сборникъ алгебраическихъ задачъ. Часть 1-я. (Для классовъ 3-го и 4-го). Изд. 13-е. Москва. Цѣна 80 к.

П. Гордіевскій. Краткій очеркъ химическихъ явленій. Кіевъ. Цѣна 60 к.

А. В. Ждановъ. Ариѳметика для начальныхъ училищъ. (Цѣлыя числа). Харьковъ. Цѣна 10 к.

ЗАДАЧИ НА ИСПЫТАНІЯХЪ ЗРѢЛОСТИ

въ гимназіяхъ Одесскаго Учебнаго Округа за $18^{90}/_{91}$ уч. годъ. *)

Симферопольская гимн. *По алгебрѣ:* „Первый и послѣдній члены нисходящей геометрической прогрессіи суть корни уравненія: $9x^2 - 62x + 9 = 0$; число же членовъ этой прогрессіи опредѣляется изъ уравненія $2^n - 32 \cdot 2^{-n} = 31$. Написать прогрессію“.

*) См. № 134 В. О. Ф.

По геометріи: „Объемъ усѣченнаго конуса $v = 513^1/_3$ кубическихъ футовъ; радіусъ нижняго основанія $R = 5$ ф, а высота $h = 10$ ф. Изъ этого конуса вырѣзана призма, основаніемъ которой служитъ квадратъ, вписанный въ окружность верхняго основанія конуса; высота призмы также 10 ф. Найти объемъ оставшейся части конуса. ($\pi = ^{22}/_7$).“

По тригонометріи: „Рѣшить треугольникъ по сторонѣ $c = 126,16$ ф., суммѣ двухъ другихъ сторонъ $a + b = 604,16$ ф. и разности противоположныхъ угловъ $A - B = 90° 31' 12''$.“

Херсонская гимн. *По алгебрѣ:* „Каменьщики и плотники заработали вмѣстѣ число рублей n, удовлетворяющее уравненію

$$\sqrt[3]{n} = \frac{57\sqrt[4]{0,0037}}{0,473035 . \sqrt[5]{0,0031}}.$$

Каждый каменьщикъ получилъ число рублей, равное числу членовъ ариѳметической прогрессіи, у которой первый членъ $^1/_2$, разность также $^1/_2$, а сумма всѣхъ членовъ 33. Каждый плотникъ получалъ по стольку рублей, сколько единицъ содержитъ 34-й членъ той же прогрессіи. Сколько было каменьщиковъ и сколько плотниковъ?“

По геометріи: Объемъ призмы, основаніемъ коей служитъ правильный многоугольникъ, имѣющій $n = 12$ сторонъ, равенъ $v = 36867$ куб. д.; высота ея $h = 42$ д. Опредѣлить сторону основанія“.

По тригонометріи: „Въ сѣченіи шара плоскостью получается площадь, равномѣрная треугольнику, котораго стороны: $a = 35,73$, $b = 48,56$ и уголъ между ними $C = 48° 30' 30''$. Опредѣлить выпуклую поверхность сегмента, если извѣстно, что площадь большого круга равняется боковой поверхности пр. кр. конуса, у котораго высота $h=28$, а уголъ, образуемый высотой и образующей конуса равенъ 30°.“

Ѳеодосійская гимн. *По алгебрѣ:* „Два путешественника выѣхали въ одно и то-же время другъ другу на встрѣчу изъ мѣстъ отстоящихъ на разстояніи 765 верстъ. Первый проѣзжалъ каждый день пятью, а второй двумя верстами болѣе, чѣмъ въ предыдущій. Черезъ 6 дней они встрѣтились и оказалось, что первый проѣхалъ на 345 верстъ болѣе второго. Сколько верстъ проѣхалъ каждый путешественникъ въ первый день?“

По геометріи: „Около круга радіуса $R = 5^1/_2$ футамъ описать квадратъ и равносторонній треугольникъ, основаніе котораго совпадаетъ съ основаніемъ квадрата. Опредѣлить объемъ шара, цилиндра и конуса, полученныхъ отъ вращенія фигуры около высоты треугольника.“

По тригонометріи: „Стороны треугольника послѣдовательно равны $a = 35,27$ ф., $b = 46,275$ и $c = 26,352$ ф. Рѣшить треугольникъ.“

ЗАДАЧИ.

№ 305. Показать, на чемъ основанъ слѣдующій упрощенный способъ извлеченія квадратныхъ корней изъ чиселъ. Пусть требуется извлечь корень квадратный изъ числа 3484921,7385. Переставляемъ запятую справа влѣво на 4 цыфры (почему?) и извлекаемъ корень кв. по обыкновенному пріему изъ цѣлаго числа 348; находимъ 18. Вычитывая $18^2 = 324$, получаемъ 1-й остатокъ 24 и сносимъ къ нему слѣдующую цыфру 4. Полученное число 244 дѣлимъ на удвоенное найденное цѣлое число т. е. на 36 и полученное частное 6 приписываемъ къ корню. Исключивъ $36 \times 6 = 216$, получаемъ 2-й остатокъ 28, къ которому сносимъ слѣдующую цыфру 9. Въ этотъ второй остатокъ 289 вводимъ 1-ую поправку, исключая изъ него квадратъ числа, найденнаго при 1-мъ дѣленіи, т. е. 36. Такъ исправленный 2-й остатокъ дѣлимъ опять на удвоенное цѣлое число 18, т. е. на 36 и находимъ слѣдующій знакъ корня 6. Исключивъ $6 \times 36 = 216$ и снеся слѣдующую цыфру 2, вводимъ 2-ю поправку, вычитывая $6 \times 6 + 6 \times 6 = 72$ изъ 372; полученное число 300 дѣлимъ опять на 36 и получаемъ слѣдующій знакъ корня 7. Исключивъ $7 \times 36 = 252$ и снеся слѣдующую цыфру 1 имѣемъ 4-й остатокъ 481, въ который вводимъ опять поправку, вычитая изъ него $6 \times 7 + 6 \times 6 + 7 \times 6 = 120$; полученное число 361 дѣлимъ опять на $2 \times 18 = 36$ и находимъ слѣдующую цыфру корня 9. Исключивъ $9 \times 36 = 324$ и снеся слѣдующую цыфру, вводимъ опять

Примѣръ.

```
√348.4921,7385 = 18.66,794508
  324
   244 : 36 = 6
   216
    289
1 поп.  36
    253 : 36 = 6
    216
     372
2 попр.  72
     300 : 36 = 7
     252
      481
3 попр. 120
      361 : 36 = 9
      324
       377
4 попр. 192
       185 : 36 = 4
       144
        413
5-я попр. 205
        208 : 36 = 5
        180
         288
6-я попр. 234
          54 : 36 = 0
          545
7-я попр. 197
          348 : 36 = 8
          288
           600
и т. д.
```

поправку въ 5-й остатокъ 377, вычтя изъ него: $6 \times 9 + 6 \times 7 + 7 \times 6 + 9 \times 6 = 192$; такъ исправленный остатокъ 185 опять дѣлимъ на $2 \times 18 = 36$ и находимъ слѣдующій знакъ корня 4. И т. д. Въ полученномъ корнѣ переносимъ запятую на два знака вправо, и находимъ отвѣтъ: 1866,794508 гораздо проще и скорѣе, чѣмъ по обыкновенному пріему извлеченія, при которомъ для полученія въ корнѣ шести точныхъ десятичныхъ знаковъ намъ пришлось бы приписать къ подкоренной величинѣ еще восемь нулей. Исключаемыя изъ остатковъ поправки находятся всегда по слѣдующему общему правилу: всѣ найденныя дѣленіемъ цыфры корня, начиная съ первой до послѣдней, выписываются въ рядъ, и подъ ними выписываются тѣ же цыфры въ обратномъ порядкѣ, напр. такъ

$$a,\ b,\ c,\ d,\ e,$$

$$e,\ d,\ c,\ b,\ a,$$

и затѣмъ, умноживъ почленно верхнія на нижнія, находимъ сумму

$$ae + bd + c^2 + db + ea,$$

которая и даетъ намъ поправку (въ данномъ примѣрѣ — пятую). Если бы поправка оказалась больше остатка, то это послужитъ признакомъ, что при послѣднемъ дѣленіи частное найдено слишкомъ большимъ; тогда его надо уменьшить. Вотъ почему во взятомъ примѣрѣ мы писали: $253 : 36 = 6$, а не 7, также $300:36 = 7$, а не 8, и т. д. (Заимств.) *Ш.*

№ 306. Построить треугольникъ по данному углу B и по двумъ медіанамъ m_a и m_b. *Н. Соловьевъ* (Москва).

№ 307. Средины высотъ даннаго треугольника соединены прямыми. Опредѣлить отношеніе площади полученнаго такимъ образомъ треугольника къ площади даннаго.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 308. На прямой даны послѣдовательно четыре точки A, B, C и D. Черезъ A и B и черезъ C и D требуется провести касающіяся окружности такъ, чтобы сумма (или разность) ихъ радіусовъ была равна данной прямой a. (См. зад. № 282).

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 309. Показать, что поверхность тѣла, происходящаго отъ вращенія дуги окружности около хорды, выражается формулою

$$s = 2\pi(ra \mp bs),$$

гдѣ s есть длина дуги, a — длина хорды, b — разстояніе хорды отъ центра окружности, r — радіусъ окружности, а знакъ — или + зависитъ отъ того, будетъ ли дуга менѣе или болѣе полуокружности. *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 85 (2 сер). Рѣшить уравненіе:

$$(x^3 - 3qx + p^3 - 3pq)^2 = 4(px + q)^3.$$

Представимъ лѣвую часть въ видѣ

$$[x^3 + p^3 - 3q(x + p)]^2 = [(x^2 - px + p^2)(x + p) - 3q(x + p)]^2 =$$
$$= (x + p)^2[x^2 - px + p^2 - 3q]^2 = (x + p)^2[(x + p)^2 - 3(px + q)]^2.$$

Полагая $(x + p)^2 = u$ и $px + q = z$, получимъ

$$u(u - 3z)^2 = 4z^3$$

или

$$u^3 - 6u^2z + 9uz^2 - 4z^3 = 0.$$

Но

$$u^3 - 6u^2z + 9uz^2 - 4z^3 = u^3 - u^2z - 5u^2z + 5uz^2 + 4uz^2 - 4z^3 =$$
$$= u^2(u - z) - 5uz(u - z) + 4z^2(u - z) = (u - z)(u^2 - 5uz + 4z^2)$$

или

$$(u - z)(u - z)(u - 4z) = 0$$

1) $u - z = 0$ или $(x + p)^2 - (px + q) = 0,$

откуда

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{4q - 3p^2}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{4p - 3p^2}}{2}.$$

2) $x_3 = x_1, \quad x_4 = x_2.$

3) $u - 4z = 0$ или $(x + p)^2 - 4(px + q) = 0,$

откуда

$$x_5 = p + 2\sqrt{q}, \quad x_6 = p - 2\sqrt{q}.$$

В. Рубцовъ (Уфа), *М. Пряеловъ* (Ревель), *Г. Ширинкинъ* (Воронежъ), *В. Тюнинъ* (Казань), *И. Бискъ* (Кіевъ).

№ 108 (2 сер.). Опредѣлить истинную величину выраженія

$$\frac{\operatorname{Cos}\frac{\pi}{n}}{n - 2}$$ при $n = 2$.

Такъ какъ $\operatorname{Cos}\frac{\pi}{n} = \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}\right) = \operatorname{Sin}\frac{\pi(n - 2)}{2n}$, то

$$\frac{\operatorname{Cos}\frac{\pi}{n}}{n-2} = \frac{\operatorname{Sin}\frac{\pi(n-2)}{2n}}{n-2} = \frac{\pi}{2n} \cdot \frac{\operatorname{Sin}\frac{\pi(n-2)}{2n}}{\frac{\pi(n-2)}{2n}}.$$

Но выраженіе $\frac{\pi(n-2)}{2n}$ стремится къ 0, если n стремится

къ 2, а какъ извѣстно $lim\left[\frac{\operatorname{Sin}x}{x}\right]_{x=0} = 1$

слѣдовательно

$$\left[\frac{\operatorname{Cos}\frac{\pi}{n}}{n-2}\right]_{n=2} = \frac{\pi}{4}.$$

П. Андреяновъ (Москва), *В. Тюнинъ* (Казань).

№ 175 (2 сер.). Рѣшить уравненіе:

$$\operatorname{Sin}x + \operatorname{Sin}2x + \operatorname{Sin}3x + \ldots + \operatorname{Sin}nx = \operatorname{Cos}x + \operatorname{Cos}2x + \operatorname{Cos}3x + \ldots + \operatorname{Cos}nx$$

Извѣстно, что

$$\operatorname{Sin}x + \operatorname{Sin}2x + \operatorname{Sin}3x + \ldots + \operatorname{Sin}nx = \frac{\operatorname{Sin}\frac{n+1}{2}x\operatorname{Sin}\frac{nx}{2}}{\operatorname{Sin}\frac{x}{2}}.$$

$$\operatorname{Cos}x + \operatorname{Cos}2x + \operatorname{Cos}3x + \ldots + \operatorname{Cos}nx = \frac{\operatorname{Cos}\frac{n+1}{2}x\operatorname{Sin}\frac{nx}{2}}{\operatorname{Sin}\frac{x}{2}}$$

Отсюда имѣемъ

$$\frac{\operatorname{Sin}\frac{n+1}{2}x\operatorname{Sin}\frac{nx}{2}}{\operatorname{Sin}\frac{x}{2}} = \frac{\operatorname{Cos}\frac{n+1}{2}x\operatorname{Sin}\frac{nx}{2}}{\operatorname{Sin}\frac{x}{2}}$$

или

$$\operatorname{Sin}\frac{n+1}{2}x = \operatorname{Cos}\frac{n+1}{2}x,$$

откуда

$$\frac{n+1}{2}x = 45^\circ;\ x = \frac{90^\circ}{n+1}.$$

А. П. (Пенза), *И. Вонсикъ* (Воронежъ), *А. Охитовичъ* (Спб.).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса 1 Мая 1892 г.

Типо-литографія Штаба Одесскаго военнаго Округа. Тираспольская, № 14.